ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ПРОБЛЕМЕ СУММИРОВАНИЯ В ДНЕПРОПЕТРОВСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

М. И. АЛХИМОВ.

Начало исследований по проблеме суммирования рядов и последовательностей в Днепропетровском госуниверситете относится к середине 30-х годов. Организатором этих начинаний был проф. И. Е. Огиевецкий, который в то время заведовал в университете кафедрой математического анализа.

Первая научная статья,*) из числа подготовленных в университете по проблеме суммирования, вышла в свет в 1937 году.

Исследования по этой проблеме велись и ведутся в настоящее время, в основном, по следующим направлениям:

1) суммирование числовых и функциональных рядов и последовательностей;
2) суммирование бесконечных произведений;
3) суммирование интегралов;
4) суммирование тригонометрических рядов.

§ 1. Простые ряды и последовательности

а) Общая теория линейных матричных методов суммирования (теплицевых методов)

Фундаментальные результаты А. Л. Брудно, С. Мазура, В. Орлича, В. М. Даревского по общей теории линейных регулярных методов суммирования последовательностей послу-

*) И. Е. Огиевецкий. О методах Теплица и Перрона. Ж. института математики АН УССР, 1937.

жили стимулом для исследований в этой области в ДГУ. Полученные в этом направлении результаты опубликованы в статьях И. И. Огиевецкого [10, 12, 14, 15, 16, 21, 23, 25, 26, 27].

В этих работах показано, что если поля*) методов А и В пересекаются, то: 1) поле метода А содержит континуальное множество ограниченных последовательностей линейно независимых относительно метода В, и наоборот; 2) область эффективности метода А содержит континуальное множество неограниченных последовательностей линейно независимых относительно метода В, и наоборот. Установлено существование континуального множества ограниченных (неограниченных) последовательностей линейно независимых относительно данного регулярного метода. Установлено также, что если поле метода А включено в поле метода В, то существует замкнутое множество полей промежуточных между полями методов А и В. Отсюда, в частности, вытекает существование континуального замкнутого множества несравнимых линейных методов суммирования.

Сконструирована нормальная регулярная матрица, суммирующая заданные неограниченные линейно независимые последовательности к заданным пределам. Изучены методы суммирования, промежуточные между двумя данными методами суммирования со включенными областями эффективности.

б) Конкретные методы суммирования

И. Е. Огиевецкий установил связь между методом Теплица суммирования последовательностей и методом Перрона суммирования рядов, обобщил метод суммирования Бореля и установил, что поле суммируемости рядов, верхний предел частных сумм которых — конечные числа, есть подмножество поля суммируемости метода Бореля в интегральной форме. В работах [4, 5, 6, 7] распространены теоремы Адамара, Дирихле и Ландау на функциональные ряды.

Ряд результатов по изучению экспоненциального метода Бореля произвольного дробного порядка получены И. И. Огиевецким [9, 11, 13, 18]. К. М. Слепенчук, обобщая ряд извест-

---

*) Полем (областью) эффективности линейного регулярного метода называют множество всех ограниченных (произвольных) последовательностей суммируемых данным методом.

ных методов суммирования, ввел новые методы $(C_{\Theta}^{(\alpha)}, \lambda)$, $(W_{\Theta}^{(\alpha)}, \lambda), (I, P_n, \lambda)$, средние которых соответственно определяся по формулам:

$$C_n^{(\alpha)} = \frac{1}{\lambda_{n+1} + \Theta} \sum_{k=0}^{n} (\lambda_{k+1} - \lambda_k)\, C_k^{(\alpha-1)} + \frac{\Theta}{\lambda_{n+1} + \Theta}\, C_n^{(\alpha-1)},$$

$$W_n^{(\alpha)} = \frac{1}{\lambda_n + \Theta} \sum_{k=0}^{n-1} (\lambda_{n-k} - \lambda_{n-1-k})\, W_k^{(\alpha-1)} - \frac{\Theta}{\lambda_n + \Theta}\, W_n^{(\alpha-1)},$$

где $\quad C_n^{(0)} = W_n^{(0)} = S_n\,, \quad \alpha = 1, 2, \ldots$

и $\quad I(x) = \dfrac{1}{\Phi(x)} \sum\limits_{k=1}^{\infty} P_k x^{\lambda k} S_k, \qquad \left(\Phi(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} P_n x^{\lambda n} \right).$

При $\Theta = 0$ из $(C_{\Theta}^{(\alpha)}, \lambda)$ —метода получаются обобщенные методы Гельдера положительного и отрицательного порядка, последнее же, в свою очередь, позволило ввести новое определение чезаровских средних целого отрицательного порядка. Установлено ряд свойств этих методов [11, 12, 16, 19, 23, 32].

в) Тауберовы теоремы

Исследованиям, связанным с тауберовыми теоремами в теории суммирования простых рядов, посвящено ряд работ И. И. Огиевецкого и К. М. Слепенчука.

К. М. Слепенчуком доказано ряд теорем тауберового типа для матричных методов суммирования (для случая обычной и абсолютной суммируемости) и дано их приложение к конкретным методам суммирования (к методам Абеля, экспоненциальным и интегральным методам Бореля, средне арифметическим методам и др.) [7, 8, 16, 17, 19, 21, 23—27, 31—33]. В частности, для введенного им обобщенного метода Гёльдера отрицательного порядка установлены своеобразные тауберовские условия; это условия, при наличии которых из сходимости следует суммируемость, а не наоборот, как это имеет место в обычном случае. И. И. Огиевецким построен метод доказательства тауберовых теорем для методов суммирования, связанных с аналитическим продолжением. Получены тауберовы теоремы с общим тауберовым условием шмидтовского типа для метода суммирования А. В. Лотоцкого, Г. Ф. Вороного, С. Н. Бернштейна и др. Установлен ряд тауберовых теорем для функционального метода Г. Ф. Вороного, обобщенного функционального метода Абеля [17, 19, 20, 22, 24].

§ 2. Кратные ряды и последовательности

Вследствие того, что из сходимости двойной последовательности не следует ее ограниченность, перенос результатов теории суммирования простых рядов на двойные ряды сопряжен с преодолением ряда трудностей и решением новых проблем. Кроме того, возможность применения к кратным последовательностям различных видов предельных переходов приводит к необходимости поиска новых путей для решения задач, подобных задачам, решенным в теории суммирования простых рядов, а также и к постановке новых задач.

Результаты по суммированию двойных рядов и последовательностей содержатся в работах М. И. Алхимова, И. И. Огиевецкого, Х. А. Портного, К. М. Слепенчука, М. Ф. Тимана, Н. Т. Токарчука, Е. М. Кильберг.

М. И. Алхимов изучал условия суммируемости двойных числовых последовательностей, применяя ограниченные предельные переходы (в смысле Лондона и в смысле Мура) [1, 3, 4].

Для метода множителей сходимости найдены необходимые и достаточные условия сохранения и условия порождения равномерной сходимости двойных функциональных рядов [2].

Н. Т. Токарчук эти результаты М. И. Алхимова обобщил на случай функциональных множителей сходимости [1].

Е. А. Дубинский*) установил необходимые и достаточные условия суммируемости методом типа Леша класса ограниченных сходящихся двойных последовательностей. Кроме того, для этого же метода и для метода суммирования, осуществленного с помощью двойной последовательности конечных прямоугольных матриц, установлены необходимые и достаточные условия порождения сходимости на классе ограниченных двойных последовательностей [1, 2].

Е. М. Кильберг изучала условия сильной суммируемости двойных последовательностей [3].

Работы И. Е. Огиевецкого [9, 10] посвящены изучению

*) Е. А. Дубинский погиб на фронте во время Отечественной войны.

связи между методами суммирования Абеля и Чезаро, Абеля и арифметических средних.

И. И. Огиевецким установлены двумерные аналоги общих тауберовых теорем Н. Винера. Получен ряд результатов по теории чезаровских и абелевых методов суммирования с применением ограниченного предельного перехода в смысле Мура [2, 5, 6, 7, 8].

Х. А. Портным изучались условия, при выполнении которых регулярное преобразование двойных последовательностей, осуществляемое с помощью четырехмерной матрицы, было вполне регулярным. Доказаны некоторые теоремы о поведении пределов неопределенности при регулярных преобразованиях указанных типов [1].

К. М. Слепенчук, введенные им вышеупомянутые $(C_{\Theta}^{(\alpha)}, \lambda)$ — и $(W_{\Theta}^{(\alpha)}, \lambda)$ —методы, обобщил на двумерный случай и доказал ряд теорем тауберова типа для этих методов [14, 18, 20, 22].

М. Ф. Тиман исследовал (C, α, β)— суммируемость $(\alpha, \beta > -1)$ и А — суммируемость двойных рядов.

§ 3. Бесконечные произведения

Бесконечные произведения рассматривались в работах М. Д. Калашникова [1—3] и К. М. Слепенчука [1—6, 9, 10, 13, 15, 29, 30].

М. Д. Калашников установил необходимые и достаточные условия сохранения сходимости и регулярности бесконечной матрицы относительно некоторых классов сходящихся бесконечных произведений, а также необходимые и достаточные условия порождения сходимости для класса произведений $\Pi(1+u_к)$, для которых сходится ряд $\Sigma\, u_к$. Для тех же классов бесконечных произведений найдены необходимые и достаточные условия сходимости произведений вида: $\Pi(1+a_к u_к)$. Аналогичные теоремы доказаны и для двойных произведений.

К. М. Слепенчук для ряда классов бесконечных произведений $\Pi(1+u_к)$ установил необходимые и достаточные условия сходимости преобразованных с помощью последовательности $\{a\}$ произведений $\Pi(1+a_к u_к)$.

Для этих же классов бесконечных произведений установлены условия суммируемости, т. е. найдены условия которым должна удовлетворять матрица $\|a_{nк}\|$ для того, чтобы на рассматриваемом классе бесконечных произведений имела место сходимость последовательности $P_n = \Pi(1 + a_{nk} u_k)$. [1—2, 9, 10, 15, 34].

Рассмотрен ряд конкретных методов суммирования [13]. Изучался вопрос об аналоге второй теоремы Абеля на различных подклассах сходящихся бесконечных произведений [5, 29], рассматривались и другие свойства произведений [3, 4].

Доказано ряд теорем тауберова типа для бесконечных произведений [6, 30].

§ 4. Суммирование интегралов

Суммирование интегралов изучали Л. Г. Бойцун, К. М. Слепенчук, М. Ф. Тиман.

В работах Л. Г. Бойцун рассматривались вопросы суммирования интегралов Фурье, сопряженных интегралов Фурье и продифференцированных сопряженных интегралов Фурье функциональным методов Г. Ф. Вороного, частным случаем которого является классический метод Чезаро [1—6].

К. М. Слепенчуком изучались условия обычной и абсолютной суммируемости интегралов (одномерный случай) методом Чезаро и Гёльдера отрицательного порядка [28].

М. Ф. Тиман рассматривал суммирование двойных интегралов методом Чезаро и методом Абеля.

§ 5. Суммирование тригонометрических рядов

Вопросам суммирования тригонометрических рядов посвящены работы Е. М. Кильберг [4, 5], И. И. Огиевецкого [1, 4], М. Ф. Тиман [1, 2, 3].

В работах Е. М. Кильберг изучались условия сильной суммируемости рядов Фурье периодических функций двух переменных класса $L^{(p)}$, $p > 1$, сопряженных и продифференцированых рядов Фурье функций этого же класса. Также рассматривались условия гармонической суммируемости периодических функций одной переменной [5].

В работе [1] И. И. Огиевецкий исследовал суммирование рядов Фурье методом С. Бернштейна — В. Рогозинского.

М. Ф. Тиман изучал условия (C, α, β) суммируемости тригонометрических рядов, полученных почленным дифференцированием рядов Фурье функции двух переменных. Кроме того, исследовал условия, которым должна удовлетворять периодическая функция $f(x, y)$ для того, чтобы ее ряд Фурье был абсолютно суммируем (C) и абсолютно суммируем методом Абеля.

§ 6. Другие вопросы

Некоторые работы были посвящены исследованиям суммирующих свойств интегральных преобразований вида

$$V(x) = \int_{0}^{\infty} K(x, y) \, | u(y) - S |^{\kappa} dy \tag{1}$$

и

$$V(x) = \int_{0}^{\infty} K(x, y) f(y) dy \tag{2}$$

Е. М. Кильберг для класса ограниченных и измеримых функций установила необходимые и достаточные условия сильной регулярности преобразования (1) . [2].

Подобные результаты получены и для двумерного случая.

Л. И. Слободской нашел необходимые и достаточные условия, которым должно удовлетворять ядро преобразования (2) для сохранения пределов функции $f(y)$, условия для порождения сходимости преобразования (1).

БИБЛИОГРАФИЯ

М. И. АЛХИМОВ.

1. Об условиях суммируемости методом среднего арифметического одного класса двойных последовательностей, Научн. зап. ДГУ, т. 25, вып. 2, 1941.

2. Об условиях равномерной сходимости некоторых классов двойных рядов, Научн. зап. ДГУ, т. 34, в. 4, 1948.

3. О суммировании одного класса двойных последовательностей, Научн. зап. ДГУ, т. 41, в. 4, 1953.

4. К вопросу об ограниченной суммируемости двойных рядов и последовательностей, настоящий сборник, 1968.

5. Исследования по проблеме суммирования рядов в Днепропетровском госуниверситете, настоящий сборник, 1968.

Л. Г. БОЙЦУН.

1. Об абсолютной суммируемости интегралов Фурье методом Вороного, Труды I респ. матем. конф. молодых исследователей, в. II, К., 1965.

2. О суммировании интегралов Фурье методом Вороного, Труды I респ. матем. конф. молодых исслед., в. II, К., 1965.

3. Об одной теореме Е. Титчмарша, Известия высших учебн. завед., № 4, (47), 1965.

4. Про одну теорему з теорії сумовності інтегралів Фурье методом Г. Ф. Вороного, Тези другої наук. конф. молодих математиків України, К., 1965.

5. Про абсолютну сумовність спряжених інтегралів Фурье методом Г. Ф. Вороного, Тези третьої наук. конф. математиків України, К., 1966.

6. Об абсолютной суммируемости сопряженных интегралов Фурье методом Г. Ф. Вороного, Известия высших учебн. заведений, № 6, 1967.

Е. А. ДУБИНСКИЙ.

1. О линейных преобразованиях двойных последовательностей при помощи двойной последовательности матриц, кандидатская диссертация 1940.

2. Линейные преобразования двойных последовательностей при помощи двойной последовательности матриц, Научн. зап. ДГУ, т. XXXIV, в. 3, 1948.

М. Д. КАЛАШНИКОВ.

1. Замечания о бесконечных произведениях, ДАН СССР, т. 73, № 1, 1950.

2. Об условиях суммируемости бесконечных произведений, Укр. матем. журнал, т. 3, № 4, 1951.

3. Теореми тауберова типу для нескінчених добутків, ДАН УРСР, № 4, 1955.

Е. М. КИЛЬБЕРГ.

1. О сильной суммируемости ограниченных и измеримых функций, Научн. зап. ДГУ, т. 34, 1948.

2. О сильной суммируемости двойных последовательностей, Научн. зап. ДГУ, т. 41, 1953.

3. Сильная суммируемость двойных рядов Фурье, Научн. зап. ДГУ, т. 55, вып. 6, 1961.

4. Сильная суммируемость продифференцированного двойного ряда Фурье, Научн. зап. ДГУ, т. 55, в. 6, 1961.

5. Гармонічний метод сумовності рядів Фур'є, ДАН УРСР, № 7, 1966.

И. Е. ОГИЕВЕЦКИЙ.

1. О методе Теплица и Перрона, ж. Инст. АН УССР, 1937.

2. Про одну узагальнену суму, Научн. зап. ДГУ, т. 25, в. 2, 1941.

3. О суммах Бореля, Научн. зап. ДГУ, т. 25, в. 2, 1941.

4. Обобщение теоремы Адамара о сходимости рядов, ДАН СССР, т. 31, № 3, 1941.

5. О критерии равномерной сходимости Дирихле, Изв. АН СССР, серия математическая, т. 8, № 6, 1941.

6. Обобщение теоремы Ландау на функциональные ряды, ДАН СССР, т. 51, № 9, 1946.

7. Обобщение теорем Адамара и Дирихле на квази-равномерно сходящиеся ряды, ДАН СССР, т. 56, № 8, 1947.

8. Об условиях сходимости двойных рядов, ДАН СССР, т. 58, № 9, 1947.

9. О сравнимости методов суммирования Абеля и Чезаро, ДАН СССР, т. 92, 1953.

10. Взаимоотношения между методами суммирования Абеля и арифметических средних, Труды ДИИТа, т. 24, 1954.

11. Некоторые тауберовы теоремы для двойных рядов, ДАН СССР, т. 110, 1956.

12. Некоторые тауберовы теоремы об ограниченно-медленно колеблющихся последовательностях, Труды III-го Всесоюзного математич. съезда, т. 1, 1956.

И. И. ОГИЕВЕЦКИЙ.

1. Метод суммирования Бернштейна-Рогозинского, Научн. зап. ДГУ т. 34, 1948.

2. Распространение теоремы Фробениуса на двойные степенные ряды, ДАН СССР, 1947.

3. О методе суммирования С. Н. Бернштейна, ДАН СССР, 1951.

4. Об одном свойстве синус-ряда, ДАН СССР, 1952.

5. Суммирование двойных рядов, ДАН СССР, 1954.

6. К теории суммирования кратных числовых рядов, Материала III-го Всесоюзного съезда математиков, т. 1, 1956.

7. Некоторые тауберовы теоремы винеровского типа для функций двух переменных, Чехослов. матем. журн., т. 8(83), 1958.

8. Суммирование двойных последовательностей методами Абеля и Чезаро в ограниченном смысле, УМН, № 6, 1958.

9. До теорії сумування рядів методом Бореля дробного порядку, ДАН УРСР, № 8, 1959.

10. К теории суммирования ограниченных последовательностей матрицами Теплица, Известия высш. учебн. завед., сер. математ., № 2, в. 2, 1959.

11. О методе Бореля, журн. «Математика», № 6, 1960.

12. О мощности множества последовательностей линейно-независимых отношен. регулярной матрицы, УМН, вып. I, 1962.

13. До теорії сумування рядів методом Бореля дробного порядку, ДАН УРСР, № 5, 1962.

14. К проблеме эффективности и неэффективности регулярных матриц, ДАН СССР, 143, 1962.

15. Проблемы эффективности регулярных матриц, Известия АН СССР, № 3, 1963.

16. К теории суммирования ограниченных последовательностей регулярных матриц, УМН, № 5, 1963.

17. Тауберовы теоремы для метода суммирования, связанного с аналитическим продолжением, 7-я конф. по ТФКП, г. Ростов, 1963.

18. Суммирование рядов методом Бореля II, журн. «Математика», № 3, (40), 1964.

19. Некоторые тауберовы теоремы, УМН, № 4, т. 19 (118), 1964.

20. Тауберовы теоремы для методов суммирования, связанных с аналитическим продолжением, УМН, т. 19, в. 6, 1964.

21. О включениях между регулярными матрицами, Учен. зап. Казанского университета, т. 124, вып. 6, 1964.

22. Тауберовы теоремы для некоторых методов суммирования, Сб. «Исследования по современным проблемам конструктивной теории функций, Баку, 1965.

23. О включениях между регулярными матрицами, Бюллетень Польской АН, т. 13, в. 6, 1965.

24. Тауберовы теоремы для функционального метода Г. Ф. Вороного, Известия высших учебных завед., вып. 6, (55), 1966.

25. Суммирование неограниченных последовательностей регулярными матрицами, ДАН СССР, т. 167, в. 5, 1966.

26. Некоторые вопросы общей теории суммирования линейными регулярными методами ограниченных и неограниченных последовательностей, На Междунар. конгресс математ., Тезисы кратких сообщений, М., Изд-во «Наука», 1966.

27. Snmmation of unbounded sequences by linear regular methods— Dokladu (USA), Soviet mathematics, T. 167, N5, 1965.

К. М. СЛЕПЕНЧУК.

1. Про породження збіжності безконечних добутків, ДАН УРСР, 1952, № 2.

2. Суммирование некоторых классов расходящихся произведений, Учен. зап. ДГУ, т. 41, 1953.

3. Представление аналитической функции двух переменных при помощи двойного бесконечного произведения, УМН, Том VIII. 2 (54), 1953.

4. Об одном свойстве бесконечных произведений, УМН, Том X, 1(63). 1955.

5. Об аналоге теоремы Абеля для бесконечных произведений, ДАН СССР, т. 104, № 1, 1955.

6. Теоремы обращения для бесконечных произведений, Научн. зап. ДГУ, том 45, 1956.

7. Деякі загальні теореми тауберового типу, ДАН УРСР, № 10, 1960.

8. Теореми тауберового типу для абсолютної сумовності (загальні теореми), ДАН УРСР, № 11, 1961.

9. Нелинейные преобразования последовательностей, Научн. зап ДГУ, т. 55, вып. 6, 1961.

10. Об условиях сходимости одного класса бесконечных произведений, Научн. зап. ДГУ, т. 55, вып. 6, 1961.

11. Узагальнені методи Гельдера від'ємного порядку, ДАН УРСР, № 6, 1962.

12. Деякі методи підсумовування рядів, ДАН УРСР, № 12, 1963.

13. Некоторые частные методы суммирования бесконечных произведений, Известия высш. уч. зав., № 6, 1963.

14. Теореми тауберового типу для $(H^{(\alpha)}, \lambda)$—методів підсумовування подвійних рядів, ДАН УРСР, № 3, 1964.

15. Нелинейные преобразования некоторых классов последовательностей (произведений), Изв. высш. уч. зав., № 2, 1964.

16. Теоремы тауберова типа для $(C_0^{(\alpha)}, \lambda)$—методов суммирования рядов, Изв. высш. уч. зав., № 3, 1964.

17. Теоремы тауберова типа для некоторых методов суммирования рядов, Изв. высш. уч. зав., № 5, 1964.

18. Теоремы тауберова типа для некоторых методов суммирования двойных рядов, Изв. высш. уч. зав., № 6, 1964.

19. Теоремы тауберова типа для обобщенных методов Гельдера отрицательного порядка, Изв. высш. уч. зав., № 1, 1965.

20. Теоремы тауберова типа для суммирования двойных рядов методами Гельдера, УМЖ, № 1, 1965.

21. О суммировании рядов (C_0, λ)—методами, Изв. высш. уч. зав., № 2, 1965.

22. Суммирование двойных рядов обобщенными методами Гельдера, Изв. высш. учебн. зав., № 4, 1965.

23. Абсолютная суммируемость рядов методами Чезаро отрицательного порядка, Изв. высш. уч. зав., № 5, 1965.

24. Теоремы тауберова типа для абсолютной суммируемости методами Абеля, Изв. высш. уч. зав., № 6, 1965.

25. Обобщение средних Гельдера и теоремы тауберова типа для этих методов, УМЖ, № 1, 1966.

26. Про одну теорему тауберового типу для підсумовування рядів, ДАН УРСР, № 1, 1966.

27. Теореми тауберового типу для абсолютної сумовності методом Бореля, ДАН УРСР, № 6, 1966.

28. Суммирование интегралов методами Гельдера и Чезаро отрицательного порядка, Изв. высш. уч. зав., № 5, 1966.

29. К вопросу об аналоге теоремы Абеля для бесконечных произведений, Изв. высш. уч. зав., № 2, 1967.

30. Теоремы тауберова типа для бесконечных произведений, Известия высш. уч. завед. № 8, 1967.

31. Об одной общей теореме тауберова типа и ее приложение к (I^*, P_n, λ)—методом., Изв. высш. уч. зав., № 12, 1967.

32. Теоремы тауберова типа для матричных методов суммирования рядов и их приложения, Изв. высш. уч. зав., № 1, 1968.

33. Теоремы тауберова типа для абсолютной суммируемости, настоящий сборник.

34. Об условиях сходимости некоторых классов двойных бесконечных произведений, настоящий сборник.

Л. И. СЛОБОДСКОЙ.

1. О некоторых интегральных преобразованиях, кандидатская диссерт., 1940.

М. Ф. ТИМАН.

1. Об абелевой суммируемости двойных рядов, ДАН СССР, т. 60, № 7, 1948.

2. О (C, α, β) суммируемости двойных рядов, ДАН СССР, т. 76, № 5, 1951.

М. Ф. ТИМАН и И. Е. ЖАК.

3. Абсолютная абелева суммируемость двойных рядов, ДАН СССР, т. 78, № 5, 1951.

Н. Т. ТОКАРЧУК.

1. Обобщение теорем Адамара и Дирихле на двойные ряды, кандидатская диссертация, 1945.

Х. А. ПОРТНОЙ.

1. О поведении пределов неопределенности при регулярных преобразованиях, кандидатская диссертация, 1951.

О ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ ЛИНЕЙНЫМИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

В. П. БУГАЕЦ.

В этой статье обобщаются некоторые результаты П. П. Коровкина (см. [1] и [2]) на один класс функций двух переменных.

Известно [3], что последовательность операторов

$$L_{mn}(f, x, y) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x+u, y+v)\, U_{mn}(u, v)\, du dv, \quad (1)$$

где

$$U_{mn}(u, v) = U_m(u)\, U_n(v) = \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{m} \rho_k^{(m)} \cos ku\right) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{2} \sum_{l=1}^{n} \sigma_l^{(n)} \cos lv\right) \quad (2)$$

и $U_m(u)$, $U_n(v)$ — четные положительные тригонометрические полиномы, первый порядка m относительно u, а второй порядка n относительно v, равномерно сходится к $f(x, y) \in C^{2\pi}$, если

$$\lim_{m \to \infty} \rho_1^{(m)} = 1,$$

$$\lim_{n \to \infty} \sigma_1^{(n)} = 1.$$