4. Лигун А.А., Сторчай В.Ф. О наилучшем выборе узлов при приближении сплайнами в метрике L_p – „Доклады конференции по теории приближения функций". Калуга, 24-28 июля 1975г. – "Математ.заметки", 1976, т.20, № 4, с.615-622.

УДК 517.5

О МНОГОМЕРНОЙ ТЕОРЕМЕ ДЖЕКСОНА

С.А.Пичугов

Пусть функции $f(x,y)$ – непрерывные и периодические по каждой переменной с периодом 2π ; π^2 – основной квадрат периодов, $T_{nm}(x,y)$ – тригонометрический полином со спектром в квадрате:

$$T_{nm}(x,y)=\sum_{k=-n+1}^{n-1}\sum_{l=-m+1}^{m-1} c_{kl}e^{i(kx+ly)}.$$

Норма всюду – чебышевская, т.е. $\|f\|=\max\limits_{x,y}|f(x,y)|$.

I. Определим частные модули непрерывности:

$$\omega_1(f,h)=\sup_{|t|\le h}\|f(x+t,y)-f(x,y)\|,$$

$$\omega_2(f,h)=\sup_{|t|\le h}\|f(x,y+t)-f(x,y)\|.$$

Пусть C^* – совокупность функций $f\in C$, у которых $\omega_1(f,h)$ и $\omega_2(f,h)$ – выпуклые вверх; $\mathcal{Z}_{nm}$ – множество линейных операторов, отображающих C в множество полиномов T_{nm} ; $\widetilde{\mathcal{Z}}_{nm}$ – множество положительных операторов из $\mathcal{Z}_{nm}$,

$$K_{nm}(C^*)=\inf_{U_{nm}\in\mathcal{Z}_{nm}}\ \sup_{f\in C^*}\frac{\|f-U_{nm}(f)\|}{\omega_1(f,\frac{\pi}{n})+\omega_2(f,\frac{\pi}{m})},$$

$$\widetilde{K}_{nm}(C^*)=\inf_{U_{nm}\in\widetilde{\mathcal{Z}}_{nm}}\ \sup_{f\in C^*}\frac{\|f-U_{nm}(f)\|}{\omega_1(f,\frac{\pi}{n})+\omega_2(f,\frac{\pi}{m})}.$$

В работе [I] доказана многомерная теорема Джексона для радиального модуля гладкости, а в [2] – для одномерного случая показано, что

$$K_n(C^*)=\widetilde{K}_n(C^*)=1.$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема I. $K_{nm}(C^*)=\widetilde{K}_{nm}(C^*)=1.$

2. Пусть теперь $\mathcal{Z}_{(n,m)}$ – множество линейных операторов, отображающих C в множество тригонометрических "углов" порядка $(n-1,m-1)$ (см. [3])

$$\omega(f,h_1,h_2)=\sup_{|t_i|\le h_i}\|f(x,y)+f(x+t_1,y+t_2)-f(x+t_1,y)-f(x,y+t_2)\|,$$

C^* – множество f из $C(\pi^2)$ с выпуклым вверх $\omega(f,h_1,h_2)$.

Теорема 2.

$$\inf_{U_{nm}\in\mathcal{Z}_{(n,m)}}\ \sup_{f\in C^*}\ \frac{\|f-U_{nm}(f)\|}{\omega\left(f,\frac{\pi}{n},\frac{\pi}{m}\right)}=1.$$

3. Для функций m переменных $f(x)=f(x_1,x_2,\dots,x_m)$ введем сферический модуль непрерывности $\mathring{\omega}(f,\rho)$:

$$\mathring{\omega}(f,\rho)=\sup_{h\le\rho}\left\|f(x)-\frac{\Gamma(m/2)}{2\pi^{m/2}h^{m-1}}\int_{S^m(x,h)}f(u)\,dS(u)\right\|,$$

где интегрирование проводится по поверхности $m-1$ мерной сферы радиуса h с центром в точке x.

Пусть $\mathcal{Z}_r$ – множество линейных операторов, отображающих C в множество тригонометрических полиномов $T_r(x)$ со спектром в шаре V_r радиуса r, $V_r=\{t / t_1^2+\dots+t_m^2<r^2\}$, C – пространство $C(\pi^m)$, где π^m – основной куб периодов.

Теорема 3. Существует положительный оператор $B_r\in\mathcal{Z}_r$ такой, что для любой функции $f\in C$ с выпуклым вверх сферическим модулем непрерывности

$$\|f-B_r(f)\|\le\mathring{\omega}\left(f,\frac{2j_1}{r}\right),$$

где j_1 – первый положительный нуль функции Бесселя $J_{\frac{m}{2}-1}$ порядка $\frac{m}{2}-1$.

Доказательство теорем I–3, как и в [I], [2], проводится посредством построения многомерных аналогов средних П.П.Коровкина.

Литература

I. Юдин В.А. Многомерная теорема Джексона. – "Теория приближения функций. Тезисы международной конференции", Калуга, 1975.

2. Давидчик А.Н., Лигун А.А. К теореме Джексона. "Матем.заметки", 1974, т.16, вып. 5.

3. Потапов М.К. О приближении "углом", – Proceedings of the Conferance of Constructive Theory of Functions, Изд-во АН Венгрии, 1969.

УДК 517.5

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА В ЗАДАЧЕ О ПОПЕРЕЧНИКАХ КЛАССОВ H_ω В ПРОСТРАНСТВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Л.Б.Ходак

Поперечниками (в смысле А.Н.Колмогорова) множества A в банаховом пространстве X называются величины (см. [I])

$$d_n(A,X)=\inf_{M_n\in X}\ \sup_{f\in A}\ \inf_{g\in M_n}\|f-g\|,$$

где M_n – всевозможные сдвиги подпространств из X размерности n . Подпространство $M_n\subset X$ размерности n называется экстремальным в пространстве X для A , если $E_{M_n}(A,X)=d_n(A,X)$, где $E_{M_n}(A,X)$ – отклонение подпространства M_n от множества A и

$$E_{M_n}(A,X)=\sup_{f\in A}\ \inf_{g\in M_n}\|f-g\|.$$