где j_1 – первый положительный нуль функции Бесселя $J_{\frac{m}{2}-1}$ порядка $\frac{m}{2}-1$.

Доказательство теорем I–3, как и в [I], [2], проводится посредством построения многомерных аналогов средних П.П.Коровкина.

Литература

I. Юдин В.А. Многомерная теорема Джексона. – "Теория приближения функций. Тезисы международной конференции", Калуга, 1975.

2. Давидчик А.Н., Лигун А.А. К теореме Джексона. "Матем.заметки", 1974, т.16, вып. 5.

3. Потапов М.К. О приближении "углом", – Proceedings of the Conferance of Constructive Theory of Functions, Изд-во АН Венгрии, 1969.

УДК 517.5

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА В ЗАДАЧЕ О ПОПЕРЕЧНИКАХ КЛАССОВ H_ω В ПРОСТРАНСТВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Л.Б.Ходак

Поперечниками (в смысле А.Н.Колмогорова) множества A в банаховом пространстве X называются величины (см. [I])

$$d_n(A,X)=\inf_{M_n\in X}\sup_{f\in A}\inf_{g\in M_n}\|f-g\|,$$

где M_n – всевозможные сдвиги подпространств из X размерности n. Подпространство $M_n\subset X$ размерности n называется экстремальным в пространстве X для A, если $E_{M_n}(A,X)=d_n(A,X)$, где $E_{M_n}(A,X)$ – отклонение подпространства M_n от множества A и

$$E_{M_n}(A,X)=\sup_{f\in A}\inf_{g\in M_n}\|f-g\|.$$

Множество F в банаховом пространстве R назовем кубируемым (см. [I]), если для каждого λ, принадлежащего некоторой совокупности $\Delta=\{\lambda\}$ положительных чисел λ, существуют последовательность точек $x_1(\lambda), x_2(\lambda), \ldots, x_n(\lambda), \ldots$ из множества F, находящихся на расстоянии не менее, чем 2λ друг от друга и таких, что $F\subset\bigcup_i S_\lambda(x_i)$, где $S_\lambda(x_i)$ - замкнутый шар радиуса λ с центром в точке $x_i(\lambda)$. В дальнейшем будем считать, что F - некоторое вполне ограниченное кубируемое множество. Для некоторого $\lambda\in\Delta$ через $\underline{N}$ обозначим минимальное число точек $x_1(\lambda), \ldots x_{\underline{N}}(\lambda)$ из F таких, что

$$F\subset\bigcup_{i=1}^{\underline{N}} S_\lambda(x_i) \tag{I}$$

и

$$\rho(x_i,x_j)\geq 2\lambda, \quad i\neq j, \quad i,j=1,2,\ldots \underline{N}, \tag{2}$$

а через $\overline{N}$ - максимальное число точек $y_1(\lambda), y_2(\lambda), \ldots, y_{\overline{N}}(\lambda)$ из F со свойствами (I) и (2).

Пусть C_F - пространство непрерывных на F функций двух переменных с нормой $\|f\|_{C_F}=\max\limits_{z\in F}|f(z)|$.

Классом H_ω^F будем называть подмножество пространства C_F, элементы которого удовлетворяют условию $|f(z')-f(z'')|\leq\omega(\rho(z',z''))$, где $\omega(t)$ - модуль непрерывности, а $\rho(z',z'')$ - расстояние между точками z', z'' из F. Через H_ω обозначим класс H_ω^F, где в качестве F рассматривается квадрат ($0\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 1$), где расстояние между точками $z'(x',y')$, $z''(x'',y'')$ из квадрата определяется равенством: $\rho(z',z'')=\max\{|x'-x''|, |y'-y''|\}$.

В [2] найдены условия, при которых не существует подпространств размерности n, экстремальных для классов H_ω функций одной переменной. Здесь указано аналогичное утверждение для подпространств размерности n^2 из пространства непрерывных функций двух переменных.

В [3] показано, что для выпуклых модулей непрерывности имеют место равенства

$$d_{\underline{N}}(H_\omega^F, C_F) = d_{\underline{N}+1}(H_\omega^F, C_F) = \ldots = d_{\bar{N}-1}(H_\omega^F, C_F) = \frac{1}{2}\omega(2\lambda)$$

Заметим, что доказательство этого утверждения (см. [3]) справедливо и для любого модуля непрерывности $\omega(t)$.

Сформулируем теорему, доказательство которой основывается на теореме А.Н.Колмогорова, приведенной в [4], так же, как и доказательство аналогичного факта для функций одной переменной в [2].

Теорема. Пусть $n = 2,3,\ldots$ – фиксировано, $\omega(t)$ $(0 \le$ модуль непрерывности, удовлетворяющий условиям

$$\omega(t) = \omega\left(\frac{1}{n}\right), \quad t \in \left[\frac{1}{n} - \Delta, \frac{1}{n}\right],$$
$$\omega(t) > \omega\left(\frac{1}{n}\right), \quad t > \frac{1}{n},$$

где Δ – некоторое число, большее нуля.

Тогда в C_D (D – квадрат $[0,1\,;\,0,1]$) не существует подпространства размерности n^2 экстремального для H_ω.

Литература

I. Тихомиров В.М. Поперечники множеств в функциональных пространствах и теория наилучших приближений.-"УМН", № 3(93), 1960, с.81-120.

2. Рубан В.И. Экстремальные подпространства в задаче о поперечниках классов $H_\omega[a,b]$ в пространстве $C[a,b]$. Anal. Mat. I (1975), с.131-139.

3. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. М., МГУ, 1976.

4. Lorentz G.G. Approximation of Functions. Holt, Rinehart and Winston, New Jork, 1966.