Поскольку $Z=\frac{xy}{16}$ есть точное решение задачи (1)-(2), то легко проверить, что

$$\max_{0\le x,y\le 1}\left|Z(x,y)-Z_{22}(x,y)\right| = \max_{0\le x,y\le 1}\left|\frac{xy}{16}-Z_{22}(x,y)\right| = 0{,}014.$$

Литература

1. Д з я д ы к В.К. О применении линейных методов к приближению полиномами решений обыкновенных дифференциальных уравнений и интегральных уравнений Гаммерштейна. - "Изв.АН СССР. Сер.матем.", 1970, т.34, № 4.

2. Б у р л а ч е н к о В.П., Р о м а н е н к о Ю.И. О приближении решения задачи Гурса операторами Фурье-Чебышева.- В сб.: Исслед. по современным проблемам суммирования и приближения функций и их приложениям , Днепропетровск, ДГУ, 1975.

3. Т и х о н о в А.Н., С а м а р с к и й А.А., Уравнения математической физики. М., "Наука", 1972.

УДК 513.514

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ НОРМАЛЬНО-ИНФЛЕКЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ С ПРОСТЫМ ИНФЛЕКЦИОННЫМ ЦЕНТРОМ В E_3

Е.Н.Ищенко

Квазиспециальные комплексы, распадающиеся на плоские пучки прямых, плоскости которых перпендикулярны к поверхности, описываемой инфлекционным центром луча комплекса, названы нормально-инфлекционными [I].

Как известно [2], в произвольном неканонизированном трехграннике главные формы $\omega^1, \omega^2, \omega_3^1, \omega_3^2$ луча комплекса связаны условием

$$\omega^2 = k\,\omega_3^1 + q\,\omega^1 + p\,\omega_3^2 \qquad (1)$$

(вершина ортонормированного трехгранника $A\bar{I}_1\bar{I}_2\bar{I}_3$ помещена на луч комплекса, вектор $\bar{I}_3$ параллелен этому лучу). Продолжением уравнения (I) являются следующие дифференциальные уравнения:

$$\begin{aligned} dq + (1+q^2)\,\omega_1^2 &= l\,\omega^1 + \alpha\,\omega_3^1 + \beta\,\omega_3^2, \\ dk + q\,\omega^3 + (qk - p)\,\omega_1^2 &= \alpha\,\omega^1 + m\,\omega_3^1 + \gamma\,\omega_3^2, \\ dp - \omega^3 + (pq + k)\,\omega_1^2 &= \beta\,\omega^1 + \gamma\,\omega_3^1 + r\,\omega_3^2. \end{aligned} \qquad (2)$$

Инфлекционные центры луча комплекса в произвольном трехграннике определяются уравнением

$$\begin{aligned} &l t^4 + 2(lp - \alpha - \beta q)t^3 + (p^2 l - 4\alpha p - 2p\beta q + \\ &+ 2k\beta + 2\gamma q + m + q^2 r)t^2 + 2(k\beta p - \alpha p^2 + mp - \\ &- k\gamma + pq\gamma - krq)t - 2k\gamma p + mp^2 + k^2 r = 0. \end{aligned} \qquad (3)$$

Равенство

$$mp^2 - 2k\gamma p + k^2 r = 0 \qquad (4)$$

является условием того, что вершина $\bar{A}$ совпадает с инфлекционным центром луча комплекса. Если инфлекционный центр описывает поверхность, то

$$\omega^3 = a\,\omega^1 + b\,\omega^2. \qquad (5)$$

В таком случае конус с вершиной в точке $\bar{A}$ вырождается в пучок. Примем плоскость этого пучка за плоскость $(\bar{A}\bar{I}_2\bar{I}_3)$. Тогда $p = 0$. В силу этого $k^2 r = 0$.

Здесь возможны два случая.

I. $k=0$,

Из (I) находим: $\omega^2=q\,\omega^1$ и, следовательно,

$$\omega^3=(a+bq)\,\omega^1. \qquad (6)$$

А это означает, что инфлекционный центр $\bar{A}$ описывает кривую линию, и комплекс представляет собой совокупность прямых, пересекающих некоторую линию δ. Назовем его специальным вырожденным комплексом.

Покажем, что кривая δ, описываемая точкой $\bar{A}$, может быть произвольной, и, таким образом, дадим следующее безинтегральное представление для этого класса комплексов.

<u>Теорема. I.</u> Чтобы построить произвольный специальный вырожденный комплекс, следует взять произвольную кривую δ и через каждую ее точку провести связку прямых.

Действительно, совместим с точкой кривой δ вершину $\bar{A}$ подвижного трехгранника. В таком случае будем иметь

$$\omega^2=q\,\omega^1, \quad \omega^3=\lambda\,\omega^1. \qquad (7)$$

Если $(\bar{A}\,\bar{I}_3)$ луч комплекса, то главными формами смещения трехгранника будут формы $\omega^1, \omega^2, \omega_3^1, \omega_3^2$. Эти формы связаны соотношением $\omega^2=q\,\omega^1$. Сравнивая это равенство (I), замечаем, что $k=\rho=0$. В таком случае выполняется равенство (4), а это означает, что текущая точка кривой δ является инфлекционным центром всех лучей комплекса, через нее проходящих. Утверждение доказано.

Нетрудно показать, что имеет место

<u>Теорема 2.</u> Каждая точка кривой δ, не являющаяся стационарной точкой (точка, в которой соприкасающаяся плоскость кривой является неопределенной), есть четырехкратный

инфлекционный центр луча комплекса.

Действительно, в рассматриваемом случае уравнения (2) принимают вид

$$
\begin{aligned}
dq+(1+q^2)\omega_1^2 &= l\omega^1+\alpha\omega_3^1+\beta\omega_3^2,\\
q\omega^3 &= \alpha\omega^1+m\omega_3^1+\gamma\omega_3^2,\\
-\omega^3 &= \beta\omega^1+\gamma\omega_3^1+r\omega_3^2.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

В силу (6) замечаем, что $m=\gamma=r=0$, $\alpha+\beta q=0$. В таком случае уравнение (3) принимает вид $lt^4=0$, а это и доказывает теорему.

Если точка $\bar{A}$ стационарна, то каждая точка любой прямой, через нее проходящей, будет инфлекционным центром. Действительно, учитывая (7), мы получим

$$d\bar{A}=(\bar{I}_1+q\bar{I}_2+\lambda\bar{I}_3)\omega^1.$$

Следовательно, вектором касательной к кривой δ является вектор

$$\bar{e}=\bar{I}_1+q\bar{I}_2+\lambda\bar{I}_3.$$

Для стационарной точки должно быть $d\bar{e}$ параллельно $\bar{e}$. Выполняя дифференцирование, получим

$$dq+\lambda\omega_3^2+(1+q^2)\omega_1^2-\lambda q\omega_3^1=0. \tag{9}$$

Сопоставляя (7) с (8), замечаем, что

$$\lambda=-\beta=\frac{\alpha}{q}.$$

Следовательно, соотношение (9) может быть переписано в виде

$$dq+(1+q^2)\omega_1^2=\beta\omega_3^2+\alpha\omega_3^1.$$

Сравнивая это с третьим равенством (8), получим, что $l=0$. В таком случае уравнение (3) тождественно исчезает.

II. $r\neq 0$. Это общий случай. В этом случае получаем произвольный нормально-инфлекционный комплекс с простым инфлекционным центром, определяемый системой дифференциальных уравнений, решение которой существует с произволом в две функции двух аргументов [3].

Легко установить, что для этого класса комплексов имеет место следующая

Теорема 3. Каждый нормально-инфлекционный комплекс с простым инфлекционным центром расслаивается в однопараметрическое семейство конгруэнций $\omega^1=0$ и $\omega^2=0$.

Действительно,

$$d\omega^1=[\omega^2\omega_2^1]+[\omega^3\omega_3^1].$$

Вносяв это равенство значения форм ω^2 и ω^3, получим

$$d\omega^1=\left(\frac{q\gamma}{k}-\beta-\beta q\right)[\omega_3^1\omega^1].$$

Если $\omega^1=0$, то $d\omega^1=0$. Теорема доказана.

Литература

1. Ищенко Е.Н. Автореферат кандидатской диссертации. Киев, 1971.

2. Кованцов Н.И. Теория комплексов. Киев, КГУ, 1963.

3. Ищенко Е.Н. О некоторых классах нормально-инфлекционных комплексов. Тезисы докл. V-й Всесоюзной конференции по современным проблемам геометрии. Самарканд. 1972.