ложениям. Днепропетровск, ДГУ, 1976, вып.7, с.125-129.
3. Ивахненко М.М., Иванов Л.Ф. Построение переходных процессов двухканальной системы с управляемой частотой сканирования. - "Изв. вузов СССР. Приборостроение", 1975, № 1, с.41-44.

УДК 624.074

СТАТИКА СОПРЯЖЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

В.П.Приварникова

Рассмотрим конструкцию, образованную из двух оболочек вращения, соединенных при помощи кольца радиуса r, к которому приложено m равноотстоящих друг от друга и распределенных на участке $r\varphi_o$ сил. Силы действуют в радиальном, кольцевом и осевом направлениях с некоторым эксцентриситетом к центру жесткости кольца. Эксцентриситет приложения нагрузки создает дополнительные крутящий и изгибающие моменты, действующие в плоскости и из плоскости кольца:

$$m_{kp} = Pe_2 + Te_1, \quad m_1 = -Se_1, \quad m_2 = Se_2, \tag{1}$$

где P, S, T - радиальная, кольцевая и осевая составляющие внешних сил соответственно; e_1, e_2 - расстояния от точки приложения сосредоточенной силы до центра жесткости сечения кольца.

Решение задачи ищем в тригонометрических рядах по окружной координате φ. Внешняя нагрузка

$$\begin{aligned} P &= P_o + \sum_n P_n \cos n\varphi = \frac{mP'}{2\pi r} + \frac{mP'}{\pi r}\sum_{n=m,2m,\dots}\frac{\sin n\varphi_o}{n\varphi_o}\cos n\varphi, \\ T &= T_o + \sum_n T_n \cos n\varphi = \frac{mT'}{2\pi r} + \frac{mT'}{\pi r}\sum_{n=m,2m,\dots}\frac{\sin n\varphi_o}{n\varphi_o}\cos n\varphi, \end{aligned} \tag{2}$$

$$S=\sum_n S_n \sin n\varphi = \frac{mS'}{\pi r}\sum_{n=m,2m,\dots}\frac{\sin n\varphi_0}{n\varphi_0}\sin n\varphi .$$

Здесь P_0, T_0 – осесимметричные составляющие внешней нагрузки ($n=0$) ; m – число сосредоточенных сил; P_n, T_n, S_n – циклические составляющие внешней нагрузки ($n \geqslant 2$).

Соответственно (2) разложения для моментов (I) будут содержать осесимметричную и циклическую части.

Под действием указанных нагрузок возникающее в сопряжении напряженно-деформированное состояние состоит из осесимметричного и циклического.

Для описания циклической деформации упругого кругового кольца используем уравнения равновесия, полученные в работе [I], которые в перемещениях имеют вид

$$-\frac{EI_z}{r^3}\frac{d^4u}{d\varphi^4}+\frac{GI_{kp}}{r^3}\frac{d^2u}{d\varphi^2}-\frac{EI_z+GI_{kp}}{r^2}\frac{d^2\theta}{d\varphi^2}+\frac{d}{d\varphi}(m_2-m_2^0)+(T-X_0)r=0,$$

$$\frac{EI_x}{r^3}\frac{d^3w}{d\varphi^3}-\frac{EF}{r}\left(1-\frac{I_x}{r^2F}\right)\frac{dw}{d\varphi}+\frac{EF}{r}\frac{d^2v}{d\varphi^2}+(m_1-m_1^0)+(S-Y_0)r=0, \qquad (3)$$

$$-\frac{EI_x}{r^3}\left(\frac{d^4w}{d\varphi^4}+\frac{d^2w}{d\varphi^2}\right)-\frac{EF}{r}w-\frac{d}{d\varphi}(m_1-m_1^0)+(P-Z_0)r=0,$$

$$\frac{EI_z+GI_{kp}}{r^2}\frac{d^2u}{d\varphi^2}-\frac{GI_{kp}}{r}\frac{d^2\theta}{d\varphi^2}+\frac{EI_z}{r}\theta+(m_{kp}-m_{kp}^0)r=0,$$

где u, v, w – осевое, кольцевое и радиальное перемещения кольца соответственно ; θ – угол поворота сечения кольца; I_x, I_z, I_{kp} – моменты инерции поперечного сечения кольца на изгиб и кручение; E, G, F – модули упругости и сдвига и площадь поперечного сечения кольца; X_0, Y_0, Z_0 m_1^0, m_2^0 , m_{kp}^0 – проекции на оси x, y, z и моменты усилий взаимодействия между кольцом и оболочками.

Предполагается, как обычно, что контур кольца не деформируется, центр жесткости его совпадает с центром тяжести, а одна из главных осей инерции сечения располагается в плоскости кольца.

Циклические составляющие компонентов напряженно-деформированного состояния ищем в виде следующих разложений:

$$\begin{aligned}
&\{X_o, Z_o, m_2^o, m_{kp}^o, u, w, \theta\} = \sum_n \{\;\} \cos n\varphi, \\
&\{Y_o, m_1^o, v\} = \sum_n \{\;\} \sin n\varphi.
\end{aligned} \tag{4}$$

После подстановки (4) в (3) получим систему алгебраических уравнений для определения амплитудных значений перемещений u_n, v_n, w_n и угла поворота θ_n для n – й гармоники:

$$\begin{aligned}
&-\frac{n^2 E I_z}{r^3}(n^2+\omega)u_n - \frac{n^2 E I_z}{r^2}(\omega+1)\theta_n + n(m_{2n} - m_{2n}^o) + (T_n - X_n)r = 0, \\
&-\frac{n^2 EF}{r} v_n + \frac{nEF}{r}\left[1 + \frac{(n^2-1)I_x}{r^2 F}\right] w_n + (m_{1n} - m_{1n}^o) + (S_n - Y_n)r = 0, \\
&\frac{nEF}{r} v_n - \frac{nEF}{r}\left[1 + \frac{n^2(n^2-1)I_x}{r^2 F}\right] w_n - n(m_{1n} - m_{1n}^o) + (P_n - Z_n)r = 0, \\
&-\frac{n^2 E I_z}{r^3}(\omega+1)u_n - \frac{E I_z}{r^2}(1+n^2\omega)\theta_n + (m_{kp.n} - m_{kp.n}^o) = 0, \quad \omega = \frac{G I_{kp}}{E I_z}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Вводя в рассмотрение векторы усилий взаимодействия оболочек с кольцом $\bar{V}_1 = \bar{V}_1(N_1, S_1, Q_1, M_1)$ и $\bar{V}_2 = \bar{V}_2(N_2, S_2, Q_2, M_2)$, где N, S, Q, M – продольная, кольцевая, перерезывающая силы и момент в оболочках, $\bar{V} = \bar{P}(T, S, P, m_{kp})$ – вектор внешних нагрузок и $\bar{U} = \bar{U}(u, v, w, \theta)$ – вектор перемещений кольца, и, учитывая соотношения (1), систему (5) можно представить матричным уравнением

$$r\bar{P} = A\bar{U} + A_1\bar{V}_1 + A_2\bar{V}_2. \tag{6}$$

Здесь A - матрица коэффициентов системы уравнений (5) ; A_1, A_2 - матрицы коэффициентов влияния внешних сил и усилий взаимодействия между кольцом и оболочками на перемещения кольца.

Для описания циклической деформации оболочек вращения воспользуемся результатами, полученными в работе [2] . Согласно [2] соотношения между краевыми усилиями и перемещениями в произвольной оболочке вращения могут быть представлены в матричной форме

$$\bar{U}_j = \Gamma_j \bar{C}_j \; , \quad \bar{V}_j = \Delta_j \bar{C}_j \qquad (j=1,2), \tag{7}$$

где $\bar{U}_j = \bar{U}_j(u_j, v_j, w_j, \theta_j)$ - векторы краевых перемещений оболочек; $\bar{C}_j = \bar{C}_j(c_{1j}, c_{2j}, c_{3j}, c_{4j})$ - векторы произвольных постоянных; Γ_j , Δ_j - матрицы, зависящие от геометрических, жесткостных характеристик и формы меридиана оболочек.

Из (7) получим

$$\bar{U}_j = \Pi_j \bar{V}_j \; , \tag{8}$$

где

$$\Pi_j = \Gamma_j \Delta_j^{-1} \qquad (j=1,2)$$

и

$$\bar{V}_1 = \Pi_1^{-1} \bar{U}_1 \; ; \quad \bar{V}_2 = \Pi_2^{-1} \bar{U}_2 \tag{9}$$

Далее, условия совместной деформации кольца и оболочек для циклической деформации могут быть представлены в виде матричных соотношений

$$\bar{U}_1 = B_1 \bar{U} \; , \quad \bar{U}_2 = B_2 \bar{U} , \tag{10}$$

где B_1, B_2 - матрицы условий совместной деформации оболочек и кольца с учетом его выхода из плоскости и отклонения от окружности.

Подставляя в (9) $\bar{U}_1$ и $\bar{U}_2$ из (10), получим:

$$\bar{V}_1 = \Pi_1^{-1} B_1 \bar{U} \; , \quad \bar{V}_2 = \Pi_2^{-1} B_2 \bar{U} \; . \tag{11}$$

Введем теперь (II) в (6) :

$$D\bar{U} = A\bar{V} + A_1 \Pi_1^{-1} B_1 \bar{U} + A_2 \Pi_2^{-1} B_2 \bar{U}$$

или

$$(D - A_1 \Pi_1^{-1} B_1 - A_2 \Pi_2^{-1} B_2)\bar{U} = A\bar{V},$$

откуда

$$\bar{U} = (D - A_1 \Pi_1^{-1} B_1 - A_2 \Pi_2^{-1} B_2)^{-1} A\bar{V}. \tag{I2}$$

Уравнение (I2) является матричным разрешающим уравнением задачи для случая циклического нагружения. По найденному вектору перемещений кольца находятся краевые векторы усилий и перемещений в оболочках для n -ой гармоники по формулам (9) и (I0). Полученные вклады по каждому из параметров напряженно-деформированного состояния суммируются, затем на полученное решение накладывается решение осесимметричной задачи.

Литература

I. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. М., Физматгиз, 1959.

2. Львин Я.Б. Сопротивление оболочек вращения краевым циклическим воздействиям.- В сб.: Расчет пространственных конструкций.М., Госстройиздат, 1962, вып.7.

УДК 517.9

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ,СВЯЗАННОЙ С ПОПЕРЕЧНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ УПРУГО-ВЯЗКО-РЕЛАКСИРУЮЩЕГО СТЕРЖНЯ

Д.И.Рогач

Настоящая работа посвящена исследованию вопроса о попе-